المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2021
- الموضوع -

SSSSSSSSSSSSSSSSSSS | NS 22

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية ومسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية	المعامل	7

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين ومسألة، مستقلة فيما بينها، وتتوزع حسب المجالات كما يلي:

التمرين الأول	الدوال العددية	نقطتان
التمرين الثاني	المتتاليات العددية	4 نقط
التمرين الثالث	الأعداد العقدية	5 نقط
المسألة	دراسة الدوال العددية و حساب التكامل	9 نقطة

- نرمز ب $\overline{z}$ لمرافق العدد العقدي z
- ln يرمز لدالة اللوغاريتم النيبيري .

التمرين الأول (نقطتان) :

0.5 1) أ) حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة : $e^{2x}-4e^{x}+3=0$

0.5 ب) حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المتراجحة : $e^{2x}-4e^{x}+3\leq 0$

0.5 ج) احسب النهاية : $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-4e^{x}+3}{e^{2x}-1}$

0.5 2) بين أن المعادلة $e^{2x}+e^{x}+4x=0$ تقبل حلا على المجال $[-1,0]$

التمرين الثاني (4 نقط):

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0=\dfrac{1}{2}$ و $u_{n+1}=\dfrac{u_n}{3-2u_n}$ لكل n من IN

0.25 1) احسب u_1

0.5 2) بين بالترجع أن لكل n من IN ، $0<u_n\leq\dfrac{1}{2}$

0.5 3) أ) بين أن لكل n من IN ، $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}\leq\dfrac{1}{2}$

0.5 ب) استنتج رتابة المتتالية (u_n)

0.75 4) أ) بين أن لكل n من IN ، $0<u_n\leq\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}$ ، ثم احسب نهاية المتتالية (u_n)

0.5 ب) نضع لكل n من IN ، $v_n=\ln(3-2u_n)$ احسب $\lim v_n$

0.5 5) أ) تحقق من أن لكل n من IN ، $\dfrac{1}{u_{n+1}}-1=3\left(\dfrac{1}{u_n}-1\right)$

0.5 ب) استنتج u_n بدلالة n لكل n من IN

التمرين الثالث (5 نقط) :

0.75 1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-\sqrt{3}z+1=0$

2) نعتبر العددين العقديين $a=e^{i\frac{\pi}{6}}$ و $b=\dfrac{3}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

0.25 أ) اكتب العدد a على الشكل الجبري .

0.5 ب) تحقق أن $\overline{a}b=\sqrt{3}$

في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي a و b و $\overline{a}$

0.5 3) بين أن النقطة B هي صورة النقطة A بتحاك h مركزه O يتم تحديد نسبته.

4) ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة النقطة M بالدوران R الذي مركزه A و زاويته $\dfrac{\pi}{2}$

0.5 أ) اكتب z' بدلالة z و a

0.25 ب) ليكن d لحق النقطة D صورة النقطة C بالدوران R ، بين أن $d=a+1$

0.5 ج) لتكن I النقطة التي لحقها العدد 1 ، بين أن $ADIO$ معين .

0.75 5) أ) تحقق من أن $d-b=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}(1-i)$ و استنتج عمدة للعدد $d-b$

0.5 ب) اكتب العدد $b-1$ على الشكل المثلثي .

0.5 ج) استنتج قياسا للزاوية $\left(\overrightarrow{BI},\overrightarrow{BD}\right)$

المسألة (9 نقط):

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0,+\infty[$ بما يلي : $f(0)=0$ و $f(x)=2x\ln x-2x$ إذا كان $x>0$

و (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (الوحدة : 1cm)

0.5 1) بين أن الدالة f متصلة على اليمين في النقطة 0

0.5 2) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

0.5 ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ ثم أول النتيجة هندسيا .

0.75 3) أ) احسب $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{f(x)}{x}$ ثم أول النتيجة هندسيا .

0.5 ب) احسب $f'(x)$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$

0.5 ج) ضع جدول تغيرات الدالة f على $[0,+\infty[$

0.5 4) أ) حل في المجال $]0,+\infty[$ المعادلتين $f(x)=0$ و $f(x)=x$

1 ب) أنشئ المنحنى (C) في المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (نأخذ: $e^{\frac{3}{2}}\simeq 4.5$)

0.5 5) أ) باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن : $\int_1^e x\ln x\,dx=\dfrac{1+e^2}{4}$

0.5 ب) استنتج : $\int_1^e f(x)dx$

0.25 6) أ) حدد القيمة الدنيا للدالة f على المجال $]0,+\infty[$

0.5 ب) استنتج أن لكل x من المجال $]0,+\infty[$ ، $\ln x\geq\dfrac{x-1}{x}$

7) ليكن g قصور الدالة f على المجال $[1,+\infty[$

0.5 أ) بين أن الدالة g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده .

0.75 ب) أنشئ في نفس المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ المنحنى الممثل للدالة g^{-1}

8) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :
$$\begin{cases} h(x)=x^3+3x & ; x\leq 0 \\ h(x)=2x\ln x-2x & ; x>0 \end{cases}$$

0.5 أ) ادرس اتصال الدالة h في النقطة 0

0.5 ب) ادرس قابلية اشتقاق الدالة h على اليسار في 0 و أول النتيجة هندسيا .

0.25 ج) هل الدالة h قابلة للاشتقاق في 0 ؟ علل جوابك.