



الفرض الثاني باللغات: العربية والإنجليزية والفرنسية

المملكة العربية
وزارة التربية والتعليم
والتعليم الأولي والرياضة



المملكة العربية
وزارة التربية والتعليم
والتعليم الأولي والرياضة

الأولمبياد الوطنية في الرياضيات 2027

مدة الإنجاز: ثلاث ساعات

تاريخ التمرير: الجمعة 27 فبراير 2026

المستوى: السنة أولى بكالوريا علوم رياضية

ملحوظة هامة:

- يدون المترشح (ة) على ورقة التحرير: اسمه (ا) ونسبه (ا) (بالحروف العربية وبالحروف اللاتينية)، تاريخ ميلاده (ا)، اسم المؤسسة واسم المديرية.
- يُمكن للمترشح (ة) تحرير أجوبة الموضوع بإحدى اللغات الثلاثة، حسب الاختيار الذي يناسبه (ا).

Sujet

الموضوع

Problème 1 : Soit $t_1, t_2, \dots, t_{2026}$ des nombres réels appartenant à l'intervalle $[0, 2]$ tels que :

$$t_1 + t_2 + \dots + t_{2026} = 5.$$

Prouver que

$$t_1^2 + t_2^2 + \dots + t_{2026}^2 \leq 9.$$

Quand l'égalité est-elle vérifiée ?

Problem 1 : Let $t_1, t_2, \dots, t_{2026}$ be real numbers in the interval $[0, 2]$ such that :

$$t_1 + t_2 + \dots + t_{2026} = 5.$$

Prove that

$$t_1^2 + t_2^2 + \dots + t_{2026}^2 \leq 9.$$

When does equality hold ?

المسألة 1 : لتكن $t_1, t_2, \dots, t_{2026}$ أعداداً حقيقية تنتمي إلى المجال $[0, 2]$ بحيث :

$$t_1 + t_2 + \dots + t_{2026} = 5.$$

أثبت أن

$$t_1^2 + t_2^2 + \dots + t_{2026}^2 \leq 9.$$

متى يتحقق التساوي ؟

Problème 2 : Soit $n \geq 3$ un entier. On considère un ensemble de n points distincts du plan, non tous alignés. À chaque point, on associe un nombre réel de sorte que, pour toute droite passant par au moins deux de ces points, la somme des nombres affectés aux points situés sur cette droite soit nulle.

Montrer que tous les nombres sont égaux à 0.

Problem 2 : Let $n \geq 3$ be an integer. Consider a set of n distinct points in the plane, not all collinear. To each point, we assign a real number such that, for every line passing through at least two of these points, the sum of the numbers assigned to the points on that line is zero.

Show that all numbers are equal to 0.

المسألة 2 : ليكن $n \geq 3$ عدداً صحيحاً. نعتبر مجموعة من n نقطة مختلفة من المستوى، ليست جميعها مستقيمة. نربط كل نقطة بعدد حقيقي بحيث، لكل مستقيم يمر بنقطتين على الأقل من هذه النقاط، يكون مجموع الأعداد المرتبطة بالنقاط المنتمة إلى هذا المستقيم يساوي صفر.

بين أن جميع الأعداد تساوي 0.

Problème 3 : Soit $ABCD$ un quadrilatère convexe inscrit dans un cercle. Les droites (AB) et (CD) se coupent en E , tandis que (AD) et (BC) se coupent en F .

La bissectrice de l'angle $\widehat{AFB}$ coupe les segments $[AB]$ et $[CD]$ respectivement en P et R . La bissectrice de l'angle $\widehat{BEC}$ coupe les segments $[BC]$ et $[AD]$ respectivement en Q et S .

Démontrer que le quadrilatère $PQRS$ est un losange.

Problem 3 : Let $ABCD$ be a convex quadrilateral inscribed in a circle. Suppose that the lines (AB) and (CD) intersect at E , and (AD) and (BC) intersect at F .

The bisector of angle $\widehat{AFB}$ meets segments $[AB]$ and $[CD]$ at P and R respectively, and the bisector of angle $\widehat{BEC}$ meets segments $[BC]$ and $[AD]$ at Q and S respectively.

Show that the quadrilateral $PQRS$ is a rhombus.

المسألة 3 : ليكن $ABCD$ رباعياً محدباً مُحاطاً بدائرة. نفترض أن المستقيمين (AB) و (CD) يتقاطعان في E ، وأن المستقيمين (AD) و (BC) يتقاطعان في F . مُنصف الزاوية $\widehat{AFB}$ يقطع القطعتين $[AB]$ و $[CD]$ في P و R على التوالي ومُنصف الزاوية $\widehat{BEC}$ يقطع القطعتين $[BC]$ و $[AD]$ في Q و S على التوالي.

بين أن الرباعي $PQRS$ هو معين.

Problème 4 : Déterminer tous les nombres premiers p tels que les deux nombres

$$q_1 = 4p^2 + 1 \quad \text{et} \quad q_2 = 6p^2 + 1$$

soient également des nombres premiers.

Problem 4 : Find all prime numbers p such that the two numbers

$$q_1 = 4p^2 + 1 \quad \text{and} \quad q_2 = 6p^2 + 1$$

are also prime.

المسألة 4 : حدد جميع الأعداد الأولية p حيث يكون العددان

$$q_1 = 4p^2 + 1 \quad \text{و} \quad q_2 = 6p^2 + 1$$

